

## Верификация предсказательной и объяснительной силы модели экономического роста Солоу на основе современных статистических данных Германии и Франции (памяти Роберта Мертона Солоу (23 августа 1924 – 21 декабря 2023))

**Шевчук Андрей Русланович**

Аспирант, SPIN-код РИНЦ: [7197-6956](https://elibrary.ru/7197-6956), [andrew1873@rambler.ru](mailto:andrew1873@rambler.ru)

Факультет государственного управления, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, РФ.

**Осипов Владимир Сергеевич**

Доктор экономических наук, заведующий кафедрой мировой экономики и управления внешнеэкономической деятельностью, SPIN-код РИНЦ: [9357-6409](https://elibrary.ru/9357-6409), ORCID: [0000-0003-3109-4786](https://orcid.org/0000-0003-3109-4786), [vs.ossipov@spa.msu.ru](mailto:vs.ossipov@spa.msu.ru)

Факультет государственного управления, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, РФ.

### Аннотация

21 декабря 2023 года не стало выдающегося американского экономиста лауреата премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1987 года Роберта Мертона Солоу. Солоу сделал выдающийся вклад в развитие современной экономической науки: ему удалось доказать, что не столько капитал и труд формируют будущий выпуск, сколько технологические достижения определяют высокие темпы экономического роста. Модель Солоу — модель экзогенного экономического роста, иногда называемая моделью Солоу-Сводна, разработанная независимо Робертом Солоу и Тревором Сводном в 1956 году. Модель в своем классическом варианте предполагает зависимость выпуска в экономике от затрат труда и капитала, а также от коэффициента уровня технологического развития рассматриваемой экономики. Производственная сфера описывается хорошо известной в научной литературе функцией Кобба-Дугласа. Как писал в своей статье 1956 года сам Роберт Солоу, теории опираются на предположения, лишь упрощенно описывающие окружающую действительность, поэтому эти предположения не являются вполне истинными и поэтому теории, опирающиеся на эти предположения, являются именно теориями. Цель теории — грамотно упростить окружающую реальность до модели, учитывающей факторы, чувствительно влияющие на результаты расчетов, сделав модель малочувствительной к колебаниям неучитываемых параметров. Модель Солоу использует ограниченный круг факторов, влияющих на выпуск экономики, не принимая во внимание при этом множество других, таких как, например, развитие и накопление человеческого капитала. Поэтому проверка модели на современных эмпирических данных и длинных статистических рядах с целью определения ее предсказательной (и объяснительной) силы, а также чувствительности к неучтенным факторам представляет научный интерес и является целью данной статьи. В статье рассмотрена математическая модель экономического роста Солоу, некоторые ее базовые предпосылки, установлено соответствие экономических параметров, учитываемых в модели, и показателей экономической статистики для проверки на современных статистических рядах длиной в 25 лет, определено соответствие расчетных показателей годового выпуска реальным, а также сделана оценка экономического содержания расчетных параметров модели.

### Ключевые слова

Модель Солоу, функция Кобба-Дугласа, метод наименьших квадратов, метод градиента, коэффициент эластичности, Германия, Франция.

### Для цитирования

Шевчук А.Р., Осипов В.С. Верификация предсказательной и объяснительной силы модели экономического роста Солоу на основе современных статистических данных Германии и Франции (памяти Роберта Мертона Солоу (23 августа 1924 – 21 декабря 2023)) // Государственное управление. Электронный вестник. 2024. № 102. С. 95–105. DOI: 10.55959/MSU2070-1381-102-2024-95-105

## Verification of Predictive and Explanatory Power of the Solow Economic Growth Model Based on Modern Statistical Data of Germany and France (in Memoriam of Robert Merton Solow (August, 23, 1924 – December, 21, 2023))

**Andrey R. Shevchuk**

Postgraduate student, [andrew1873@rambler.ru](mailto:andrew1873@rambler.ru)

School of Public Administration, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation.

**Vladimir S. Osipov**

Doctor of Economic Sciences, Head of the Department, ORCID: [0000-0003-3109-4786](https://orcid.org/0000-0003-3109-4786), [vs.ossipov@spa.msu.ru](mailto:vs.ossipov@spa.msu.ru)

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation.

### Abstract

On December 21, 2023, an outstanding American economist, winner of the 1987 Alfred Nobel Prize in Economics, Robert Merton Solow died. Solow made an outstanding contribution to the development of modern economics; he was able to prove that it is not so much capital and labor that shape future output, but technological advances that determine high rates of economic growth. The Solow model is an exogenous model of economic growth, also known as Solow-Swan model, developed independently by Robert

Solow and Trevor Swan in 1956. Classical variation of this model assumes that output of the economy depends on the spendings on labor and capital, as well as on the coefficient of the technological development level of said economy. The production capabilities are described by the well-known Cobb-Douglas function. As Robert Solow stated in the article (1956), theories rely on assumptions that only simplistically describe the actual reality, therefore these assumptions are not completely true, and therefore theories based on these assumptions are theories. The purpose of the theory is to intelligently simplify the actual reality to a model that takes into account factors that significantly affect the results of calculations, making the model insensitive to fluctuations of parameters not taken into account. The Solow model takes a limited number of factors affecting the output of the economy into account, avoiding many others, such as, for example, the development and accumulation of human capital. Therefore, testing the model on modern empirical data and long statistical series in order to determine its predictive (and explanatory) power, as well as significance of unaccounted factors, is of scientific interest and is the aim of this article. The article considers Solow's mathematical model of economic growth, some of its basic prerequisites, establishes the correspondence of the economic parameters taken into account in the model and the indicators of economic statistics for testing on modern statistical series with a length of 25 years, determines the correspondence of the calculated annual output indicators to real ones, and also makes an assessment of the economic content of the calculated parameters of the model.

#### Keywords

Solow model, Cobb-Douglas function, least squares method, gradient method, elasticity coefficient, Germany, France.

#### For citation

Shevchuk A.R., Osipov V.S. (2024) Verification of the predictive and explanatory power of the Solow economic growth model based on modern statistical data on Germany and France (in memoriam of Robert Merton Solow (August, 23, 1924 – December, 21, 2023)). *Gosudarstvennoye upravleniye. Elektronnyy vestnik*. No. 102. P. 95–105. DOI: 10.55959/MSU2070-1381-102-2024-95-105

### **Введение. Сбор и анализ статистических показателей**

Исследования, связанные с моделями экономического роста, всегда привлекали внимание ученых-экономистов [Эггертссон 2022]. Действительно, поиск факторов экономического роста и формирование на их базе модели привлекает своей простотой и строгой научностью выводов [Барро, Сала-и-Мартин 2017]. Одной из таких моделей является разработка Р. Солоу [Солоу 2000; Солоу 2002; Solow 1956; Solow 2018; Halmayer 2014]. Его модель довольно хорошо известна, однако параметры, которые в нее включены, не всегда могут быть строго идентифицированы и рассчитаны на основе национальной статистики. Отсюда возникает необходимость проверки модели Солоу на имеющихся данных, поиск значимых факторов подтверждения ее правильности или опровержение отдельных параметров или способов их расчета.

Для проверки модели Солоу (иногда называемой моделью Солоу-Свона, разработанной независимо Робертом Солоу и Тревором Своном [Swan 1956; Kadigi et al. 2022] в 1956 году) на эмпирических данных необходимо выбрать конкретные статистические показатели экономического развития нескольких стран из их экономической статистики. Для корректности и точности проверки и сравнения эти страны должны отвечать ряду критериев:

- 1) сравнимость площади территории стран, чтобы убрать искажения, связанные с разными логистическими условиями;
- 2) сравнимость структуры экономики стран, а также отсутствие существенной доли ресурсной ренты в ВВП страны, чтобы убрать искажения, связанные с возможным доминированием добывающего сектора [Mejia 2023];
- 3) сравнимость размера и качества экономики (ежегодного выпуска), чтобы убрать искажения, связанные с разными институциональными и другими экономическими факторами [Alesina, Summers 1993; Acemoglu 2009];
- 4) длительность сбора статистики экономического развития страны сроком более 25 лет для рассмотрения динамики показателей и более репрезентативной оценки предсказательной силы моделей на длинных статистических рядах [Bernanke, Mishkin 1997].

Для анализа статистических показателей экономического развития были выбраны Федеративная Республика Германия и Французская Республика, так как они отвечают всем вышеуказанным критериям. Статистические ряды были собраны на основе данных Всемирного банка.

### Математическая модель и вычисления

Модель рассматривает совокупный товарный выпуск экономики за определенный период времени ( $t$ ), исчисляемый в денежном выражении и обозначаемый  $Y(t)$ . Под совокупным выпуском экономики понимается чистый выпуск после вычета расходов на амортизацию, а также промежуточных расходов.

Выпуск экономики определяется двумя факторами производства — трудом  $L(t)$  и капиталом  $K(t)$ , являющимися параметрами производственной функции.

Для учета разного уровня технологического развития модель расширяется параметром технологического развития экономики  $A$ :

$$Y(t) = A * F(K(t), L(t)).$$

Динамика задействованных трудовых ресурсов  $L(t)$ , запасов капитала  $K(t)$  и параметра технологического развития  $A$  заданы экзогенно. Рассмотрим динамику этих параметров.

Под трудом  $L(t)$  понимается численность работающего населения. Одним из условий модели Солоу является наличие полной занятости в экономике, что ведет к тождеству работающего и экономически активного населения. Динамика изменения численности населения, и, соответственно, численности экономически активного населения, и, соответственно, численности работающего населения  $L(t)$  с течением времени задается экспоненциальной функцией, где  $n$  — темп роста населения,  $L_0$  — население в нулевой базовый временной отрезок (например, год), а  $t$  — номер расчетного временного отрезка:

$$L(t) = L_0 e^{nt}.$$

Запасы капитала  $K(t)$  пополняются за счет сохранения и инвестирования доли совокупного выпуска —  $s$ , остальная часть выпуска потребляется. Норма сбережения  $s$  в модели предполагается постоянной и задается экзогенно, обычно на уровне 0,5:

$$K\Delta = sY.$$

Запасы капитала в экономике на определенный момент времени ( $t$ ) представляют собой долю сохраненного и инвестированного совокупного выпуска на моменты ( $t$ ) и обозначаются как  $K(t)$ .

В классической версии модели производственная функция задается функцией Кобба-Дугласа [Cobb, Douglas 1928] и выглядит следующим образом:

$$Y(t) = A * K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$$

$$0 < \alpha < 1.$$

В приведенном уравнении параметры соответствуют следующим показателям:

$Y(t)$  — выпуск экономики в определенный период времени ( $t$ ) в денежном выражении;  $K(t)$  — объем вложенного капитала в период времени ( $t$ ) в денежном выражении;  $L(t)$  — количество вложенного труда в период времени ( $t$ ), выраженное в количестве занятого населения;  $A$  — параметр отражающий уровень технологического развития экономики, позволяющий при прочих равных учитывать разность экономического развития различных экономик и влияющий на конечный выпуск;  $\alpha$  — коэффициент эластичности по труду;  $1-\alpha$  — коэффициент эластичности по капиталу.

Одним из способов практического применения модели Солоу является прогнозирование выпуска экономики. Для этого необходим длинный статистический ряд показателей развития национальной экономики, опираясь на который возможно рассчитать параметры  $A(t)$  и  $\alpha$

(не представляемые напрямую в национальной экономической статистике). После расчета этих параметров становится возможным оценить корректность модели и ее предсказательную силу на более свежих данных [Балацкий, Екимова, 2022].

Одним из способов расчета параметров  $A(t)$  и  $\alpha$  является использование метода наименьших квадратов с последующим использованием метода оптимизации на основе градиента [Алексеева, Галиаскарова 2017]. Для этого необходимо провести следующие вычисления:

$$\sum_{t=1}^n (A * K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha} - Y_t)^2 \rightarrow \min ,$$

где  $Y(t)$  — расчетный выпуск за период  $t$ ;  $Y_t$  — фактический выпуск за период  $t$ ;  $K_t$  — фактические затраты на капитал;  $L_t$  — фактическое количество труда;  $A$  и  $\alpha$  — подбираемые параметры.

После подбора необходимых рядов экономической статистики необходимо установить стартовые значения параметров  $A$  и  $\alpha$ , в нашем случае мы предлагаем установить значения  $A=0,5$  и  $\alpha=0,6$ , после чего рассчитать квадрат разницы показателей расчетного и фактического выпуска за все периоды:  $e(t) = (Y(t) - Y_t)^2$ ; после чего применить метод оптимизации на основе градиента для минимизации суммы квадратов отклонений:  $\sum_{t=1}^n e(t) \rightarrow \min$  — и нахождения оптимальных значений  $A(t)$  и  $\alpha$ .

Проведем эти вычисления на основе данных экономической статистики Франции и Германии. Вычисления приведены в Таблице 1 и Таблице 2.

$Y_t$  — выпуск экономики в определенный период времени ( $t$ ) в денежном выражении и отражается в экономической статистике в показателе *Adjusted net national income*.  $K_t$  — объем затраченного капитала в период времени ( $t$ ) в денежном выражении и отражается в экономической статистике в показателе *Net investment in non-financial assets*.  $L_t$  — количество вложенных затрат труда в период времени ( $t$ ), выраженное в показателе объема оплаты рабочей силы и отраженное в показателе *Households and NPISHs Final consumption expenditure*.

Оптимизация коэффициентов  $A$  и  $\alpha$  на основе градиента производится с помощью инструментов Microsoft Excel. В результате оптимизации были получены следующие показатели:

Франция	Германия
$\alpha=0,33$	$\alpha=0,00$
$\beta=0,67$	$\beta=1,53$
$A=1,088$	$A=1,28$

Использование метода наименьших квадратов с последующим использованием метода оптимизации на основе градиента для вычисления параметров  $\alpha$  и  $A$  дали результаты, релевантность которых и соответствие реальному положению дел вызывают сомнения.

Таблица 1. Показатели экономической статистики и расчеты суммы разницы квадратов для экономики Франции<sup>1</sup>

Франция						
Год	Yt Национальный доход (млн 2015 US\$)	Kt чистые инвестиции (млн 2015 US\$)	Lt потребительские расходы домохозяйств, (млн 2015 US\$)	Y(t) расчетный национальный доход (млн 2015 US\$)	e=Y(t)-Yt	e^2
1991	1409,6	1699,3	896,45	1203,1	-206,5	42624
1992	1445,4	1687,2	906,53	1209,3	-236,1	55724
1993	1438,1	1345,9	906	1122,6	-315,5	99528
1994	1470,9	1353,7	921,18	1137,4	-333,5	111236
1995	1504,4	3674,2	937,05	1595,7	91,23	8323,1
1996	1527,3	3737,1	955,41	1625,7	98,37	9676,6
1997	1571,7	3219,2	960,56	1553,7	-17,95	322,36
1998	1636,7	3600,7	998,84	1654,7	17,97	323,04
1999	1705,4	3518,2	1033,4	1680,2	-25,14	632
2000	1742,2	3485,4	1071,3	1716,1	-26,12	682,35
2001	1784	3634,9	1098,3	1769,2	-14,75	217,7
2002	1788,1	3845,6	1121,2	1827,3	39,19	1535,6
2003	1802,2	3873	1137,8	1849,8	47,69	2274,6
2004	1859,7	3867,5	1160	1873,2	13,46	181,25
2005	1879,3	3841,6	1188,1	1899,3	19,99	399,42
2006	1916	3645,1	1213,5	1893,7	-22,24	494,43
2007	1970,3	3608,6	1245,6	1920,8	-49,46	2446,8
2008	1955,4	3668,3	1252,1	1938	-17,41	303,28
2009	1900	4194,3	1255,9	2029,1	129,04	16653
2010	1937,1	4452,2	1279,5	2095,3	158,18	25021
2011	1975,3	4018,4	1287,4	2034,5	59,19	3504
2012	1963,1	3997,3	1282	2025,2	62,11	3857,8
2013	1980,7	3900,5	1288,5	2015,9	35,17	1236,9
2014	2003,9	3797,1	1299,1	2009,2	5,3	28,04
2015	2054,9	3696,5	1318,3	2011,3	-43,58	1898,8
2016	2078	3815,3	1341,8	2056,6	-21,41	458,57
					<b>Сумма:</b>	<b>389583,43</b>

<sup>1</sup> Составлено авторами на основе статистики.

Таблица 2. Показатели экономической статистики и расчеты суммы разницы квадратов для экономики Германии<sup>2</sup>

Германия						
Год	Yt Национальный доход (млн 2015 US\$)	Kt чистые инвестиции (млн 2015 US\$)	Lt потребительские расходы домохозяйств, (млн 2015 US\$)	Y(t) расчетный национальный доход (млн 2015 US\$)	e=Y(t)-Yt	e <sup>2</sup>
1991	2055,83	2048,4	1396,7	2138,8	-82,98	6885,4
1992	2103,29	2070,2	1437,6	2103,3	-98,16	9634,6
1993	2067,38	1917,4	1438,6	2067,4	-135,7	18416
1994	2116,18	1694,1	1458,9	2116,2	-118	13912
1995	2166,5	1651	1481,5	2166,5	-102,2	10449
1996	2186,96	1586,1	1505,2	2187	-118	13920
1997	2210,86	1380,8	1516,4	2210,9	-111,2	12374
1998	2259,28	1581,8	1538,2	2259,3	-96,32	9277,7
1999	2297,49	1748,8	1578,3	2297,5	-119,4	14254
2000	2320,41	0	1604,2	0	0	0
2001	2360,53	1708,5	1623,4	2360,5	-125,5	15756
2002	2347,55	1629,2	1601	2347,6	-104,2	10856
2003	2341,94	1788,7	1607,8	2341,9	-120,2	14435
2004	2423,8	1618,4	1618,1	2423,8	-54,08	2924,8
2005	2430,59	1850,4	1630,4	2430,6	-66,08	4367,1
2006	2539,52	1957,5	1652,2	2539,5	9,35	87,33
2007	2611,85	1674,6	1648,3	2611,9	87,66	7685,1
2008	2586,95	1858	1653,8	2587	54,33	2951,2
2009	2469,72	2206,3	1652,4	2469,7	-60,73	3687,8
2010	2568,84	1667	1664,2	2568,8	20,41	416,59
2011	2673,52	2298,5	1694,9	2673,5	77,97	6079,9
2012	2669,81	2392,4	1720,4	2669,8	35,32	1247,5
2013	2687,19	2152,9	1726,6	2687,2	43,17	1863,7
2014	2750,37	1985,2	1744,7	2750,4	78,57	6172,9
2015	2826,44	2137,9	1778,5	2826,4	102,89	10586
2016	2916,33	2255	1821,9	2916,3	126,32	15958
					<b>Сумма:</b>	<b>214197,56</b>

<sup>2</sup> Составлено авторами на основе статистики.

Мы предложили более простое решение, при этом логика которого сравнительно более безупречна, на наш взгляд. Использование в классическом варианте модели производственной функции Кобба-Дугласа подразумевает взаимозаменяемость одного фактора производства другим до определенного предела. Использование функции Кобба-Дугласа при ограничениях на  $\alpha$  и  $\beta$  подразумевает также равномерную отдачу от масштаба при росте экономики [Клейнер 1986].

Для расчета выпуска экономики с использованием функции Кобба-Дугласа нам необходимо определить  $\alpha$  — коэффициент эластичности капитала по труду, или, иными словами, степень возможности замещения труда капиталом:

$$Y(t) = A(t) K(t)^\alpha L(t)^\beta$$
$$0 < \alpha < 1$$
$$\beta = 1 - \alpha.$$

Так как равномерность отдачи от масштаба предполагается моделью вследствие использования функции Кобба-Дугласа, оптимальной пропорцией затрат на труд и капитал является соотношение  $\alpha$  и  $\beta$ . Таким образом, для подсчета коэффициента эластичности по труду одним из способов является вычисление доли факторного дохода по труду в общем выпуске, посчитанном также по доходам.

$Y(t)$  — выпуск экономики в определенный период времени ( $t$ ) в денежном выражении. Для подсчета общего выпуска нам доступно несколько показателей, в той или иной мере отражающих выпуск определенной национальной экономики.

Необходимо выбрать методику подсчета годового выпуска, предполагающую четкое выделение факторного дохода по труду:

ВВП по доходам = зарплаты + прибыль корпораций + процентный доход + рентный доход + косвенные налоги.

Национальный доход = ВВП по дох. – амортизация - косвенные налоги = заработная плата + прибыль корпораций + процентный доход + рентный доход.

Амортизация при подсчете национального дохода учитывается в прибыли корпораций, так как амортизация — это законный способ увеличения расходов, что влечет за собой увеличение прибыли.

Таким образом, при подсчете национального дохода можно выделить заработную плату как факторный доход труда, в то время как прибыль корпораций, процентный и рентный доход не являются факторными доходами труда.

Соответственно, доля факторного дохода труда в общем выпуске  $C / Y_t = \alpha$ , то есть она равна коэффициенту эластичности капитала по труду.

Расчет параметра  $\alpha$  с использованием данных экономической статистики Германии и Франции приведен в Таблице 3 и Таблице 4.

Получившиеся в результате расчета значения параметра  $\alpha$  лежат в промежутке  $0,6 < \alpha < 0,7$ , что позволяет нам говорить о вышеуказанном методе расчета коэффициента эластичности капитала по труду как о более релевантном в сравнении с аналитическим методом, приведенным ранее.

Расчетные значения технологического параметра  $A$  также лежат в промежутке  $0,6 < A < 1,6$ , что также является более релевантным результатом.

Таблица 3. Расчет показателя  $\alpha$  и A для Франции<sup>3</sup>

Франция					
Год	Yt Национальный доход (млн 2015 US\$)	Kt чистые инвестиции (млн 2015 US\$)	Lt=C потребительские расходы домохозяйств, (млн 2015 US\$)	$\alpha = C/Yt$	$A = Yt/((Kt^\alpha)*(Lt^{(1-\alpha)}))$
1991	1409,6	1699,3	896,45	0,64	1,05
1992	1445,4	1687,2	906,53	0,63	1,08
1993	1438,1	1345,9	906	0,63	1,24
1994	1470,9	1353,7	921,18	0,63	1,25
1995	1504,4	3674,2	937,05	0,62	0,69
1996	1527,3	3737,1	955,41	0,63	0,68
1997	1571,7	3219,2	960,56	0,61	0,78
1998	1636,7	3600,7	998,84	0,61	0,75
1999	1705,4	3518,2	1033,4	0,61	0,79
2000	1742,2	3485,4	1071,3	0,61	0,79
2001	1784	3634,9	1098,3	0,62	0,78
2002	1788,1	3845,6	1121,2	0,63	0,74
2003	1802,2	3873	1137,8	0,63	0,73
2004	1859,7	3867,5	1160	0,62	0,76
2005	1879,3	3841,6	1188,1	0,63	0,75
2006	1916	3645,1	1213,5	0,63	0,79
2007	1970,3	3608,6	1245,6	0,63	0,81
2008	1955,4	3668,3	1252,1	0,64	0,78
2009	1900	4194,3	1255,9	0,66	0,68
2010	1937,1	4452,2	1279,5	0,66	0,66
2011	1975,3	4018,4	1287,4	0,65	0,73
2012	1963,1	3997,3	1282	0,65	0,73
2013	1980,7	3900,5	1288,5	0,65	0,75
2014	2003,9	3797,1	1299,1	0,65	0,77
2015	2054,9	3696,5	1318,3	0,64	0,80
2016	2078	3815,3	1341,8	0,65	0,79
			<b>Среднее значение:</b>	<b>0,63</b>	<b>0,81</b>

<sup>3</sup> Составлено авторами.

Таблица 4. Расчет показателя  $\alpha$  и A для Германии<sup>4</sup>

Германия					
Год	Yt Национальный доход (млн 2015 US\$)	Kt чистые инвестиции (млн 2015 US\$)	Lt=C потребительские расходы домохозяйств, (млн 2015 US\$)	$\alpha = C/Yt$	$A = Yt / ((Kt^\alpha) * (Lt^{1-\alpha}))$
1991	2055,83	2048,4	1396,7	0,68	1,13
1992	2103,29	2070,2	1437,6	0,68	1,14
1993	2067,38	1917,4	1438,6	0,70	1,18
1994	2116,18	1694,1	1458,9	0,69	1,31
1995	2166,5	1651	1481,5	0,68	1,36
1996	2186,96	1586,1	1505,2	0,69	1,40
1997	2210,86	1380,8	1516,4	0,69	1,55
1998	2259,28	1581,8	1538,2	0,68	1,44
1999	2297,49	1748,8	1578,3	0,69	1,36
2000	2320,41	0	1604,2	0,69	0,00
2001	2360,53	1708,5	1623,4	0,69	1,40
2002	2347,55	1629,2	1601	0,68	1,45
2003	2341,94	1788,7	1607,8	0,69	1,35
2004	2423,8	1618,4	1618,1	0,67	1,50
2005	2430,59	1850,4	1630,4	0,67	1,37
2006	2539,52	1957,5	1652,2	0,65	1,38
2007	2611,85	1674,6	1648,3	0,63	1,57
2008	2586,95	1858	1653,8	0,64	1,45
2009	2469,72	2206,3	1652,4	0,67	1,23
2010	2568,84	1667	1664,2	0,65	1,54
2011	2673,52	2298,5	1694,9	0,63	1,30
2012	2669,81	2392,4	1720,4	0,64	1,25
2013	2687,19	2152,9	1726,6	0,64	1,35
2014	2750,37	1985,2	1744,7	0,63	1,45
2015	2826,44	2137,9	1778,5	0,63	1,42
2016	2916,33	2255	1821,9	0,62	1,40
			<b>Среднее значение:</b>	<b>0,67</b>	<b>1,32</b>

<sup>4</sup> Составлено авторами.

### Выводы

В статье была рассмотрена классическая версия модели экономического роста Солоу, производственная функция от труда и капитала является функцией Кобба-Дугласа. Была рассмотрена математическая модель и некоторые ее базовые предпосылки, а также установлено соответствие экономических параметров, учитываемых в модели, и показателей экономической статистики. Были подобраны современные статистические ряды показателей экономического развития Германии и Франции длиной в 25 лет, на основании которых был проведен расчет параметров модели, не представленных напрямую в экономической статистике. В результате анализа экономического содержания различных параметров модели Солоу был разработан более релевантный метод расчета одного из параметров модели, который заключается в подсчете коэффициента эластичности по труду с помощью вычисления доли факторного дохода по труду в общем выпуске, посчитанном также по доходам. В результате использования предложенного метода модели экономического роста по методу Солоу для Французской Республики будет выглядеть так:  $Y(t) = 0,81K(t)^{0,63} L(t)^{0,37}$ , а для Федеративной Республики Германия так:  $Y(t) = 1,32K(t)^{0,67} L(t)^{0,33}$ .

### Список литературы:

- Алексеева К.В., Галиаскарова Г.Р. Построение производственной функции Кобба-Дугласа на основе статистических данных компании «Газпром» // Экономика и менеджмент инновационных технологий. 2017. № 1 URL: <https://ekonomika.snauka.ru/2017/01/13578>
- Балацкий Е.В., Екимова Н.А. Новые подходы к моделированию экономического развития. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2022.
- Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х. Экономический рост. М.: Издательство: Просвещение / Бином, 2017.
- Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986.
- Солоу Р.М. Экономическая теория ресурсов или ресурсы экономической теории // Вехи экономической мысли. Т. 3. Рынки факторов производства / Под общ. ред. В.М. Гальперина. СПб: Экономическая школа, 2000.
- Солоу Р.М. Теория роста // Панорама экономической мысли конца XX столетия / Под ред. Д. Гринэуэя, М. Блини, И. Стюарта. Т. 1. СПб.: Экономическая школа, 2002.
- Эггертссон Т. Несовершенные институты. Возможности и границы реформ. М., СПб.: Издательство Института Гайдара, 2022.
- Acemoglu D. The Solow Growth Model. Introduction to Modern Economic Growth. Princeton: Princeton University Press, 2009.
- Alesina A.F., Summers L.H. Central Bank Independence and Macroeconomic Performance: Some Comparative Evidence // Journal of Money, Credit and Banking. 1993. Vol. 25. P. 151–162.
- Bernanke B.S., Mishkin F.S. Inflation Targeting: A New Framework for Monetary Policy // The Journal of Economic Perspectives. 1997. Vol. 11. № 2. P. 97–116.
- Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production // American Economic Review. 1928. № 18 (Supplement). P. 139–165.
- Halsmayer V. From Exploratory Modeling to Technical Expertise: Solow's Growth Model as a Multipurpose Design // History of Political Economy. 2014. № 46. P. 229–251. DOI: [10.1215/00182702-2716181](https://doi.org/10.1215/00182702-2716181)
- Kadigi R.M.J., Robinson E., Nhau B., Szabo S., Kangile J., Mgeni C.P., De Maria M., Tsusaka T. Revisiting the Solow-Swan Model of Income Convergence in the Context of Coffee Producing and Re-Exporting Countries in the World // Sustainable Futures. 2022. Vol. 4. DOI: [10.1016/j.sfr.2022.100082](https://doi.org/10.1016/j.sfr.2022.100082)
- Mejia S.A. The Effects of Debt Dependence on Economic Growth in Less-Developed Countries, 1990–2019 // Social Science Research. 2023. Vol. 117. DOI: [10.1016/j.ssresearch.2023.102943](https://doi.org/10.1016/j.ssresearch.2023.102943)

Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // *The Quarterly Journal of Economics*. 1956. Vol. 70. № 1. P. 65–94. DOI: [10.2307/1884513](https://doi.org/10.2307/1884513)

Solow R.A. Theory is a sometime thing // *Review of Keynesian Economics*. 2018. Vol. 6. Is. 4. P. 421–424. DOI: [10.4337/roke.2018.04.02](https://doi.org/10.4337/roke.2018.04.02)

Swan T.W. Economic Growth and Capital Accumulation // *Economic Record*. 1956. Vol. 32. Is. 2. P. 334–361. DOI: [10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x](https://doi.org/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x)

### **References:**

Acemoglu D. (2009) *The Solow Growth Model. Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton: Princeton University Press.

Alekseeva K.V., Galiaskarova G.R. (2017) Constructions of the Production Function of the Cobb-Douglas Based on the Statistics of the Company «Gazprom». *Ekonomika i menedzhment innovatsionnykh tekhnologiy*. No. 1 Available at: <https://ekonomika.snauka.ru/2017/01/13578>

Alesina A.F., Summers L.H. (1993) Central Bank Independence and Macroeconomic Performance: Some Comparative Evidence. *Journal of Money, Credit and Banking*. Vol. 25. P. 151–162.

Balatsky E.V., Ekimova N.A. (2022) *Novyye podkhody k modelirovaniyu ekonomicheskogo razvitiya* [New approaches to modeling economic development]. Moscow: NITS INFRA-M.

Barro R.J., Sala-i-Martin X. (2017) *Economic Growth*. Moscow: Prosveshcheniye / Binom.

Bernanke B.S., Mishkin F.S. (1997) Inflation Targeting: A New Framework for Monetary Policy. *The Journal of Economic Perspectives*. Vol. 11.No. 2. P. 97–116.

Cobb C.W., Douglas P.H. (1928) A Theory of Production. *American Economic Review*. No. 18 (Supplement). P. 139–165.

Eggertsson T. (2002) *Imperfect Institutions: Possibilities and Limits of Reform*. Moscow, Saint Petersburg.: Izdatelstvo Instituta Gaydara.

Halsmayer V. (2014) From Exploratory Modeling to Technical Expertise: Solow's Growth Model as a Multipurpose Design. *History of Political Economy*. No. 46. P. 229–251. DOI: [10.1215/00182702-2716181](https://doi.org/10.1215/00182702-2716181)

Kadigi R.M.J., Robinson E., Nhau B., Szabo S., Kangile J., Mgeni C.P., De Maria M., Tsusaka T. (2022) Revisiting the Solow-Swan Model of Income Convergence in the Context of Coffee Producing and Re-Exporting Countries in the World. *Sustainable Futures*. Vol. 4. DOI: [10.1016/j.sfr.2022.100082](https://doi.org/10.1016/j.sfr.2022.100082)

Kleiner G.B (1986) *Proizvodstvennye funktsii: teoriya, metody, primeneniye* [Production functions: Theory, methods, application]. Moscow: Finansy i statistika.

Mejia S.A. (2023) The Effects of Debt Dependence on Economic Growth in Less-Developed Countries, 1990–2019. *Social Science Research*. Vol. 117. DOI: [10.1016/j.ssresearch.2023.102943](https://doi.org/10.1016/j.ssresearch.2023.102943)

Solow R.M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 70. No. 1. P. 65–94. DOI: [10.2307/1884513](https://doi.org/10.2307/1884513)

Solow R.M. (2002) Growth Theory. In: Greenaway D., Bleaney M., Stewart I. (eds.) *Companion to Contemporary Economic Thought*. Vol. 1. Saint Petersburg: Ekonomicheskaya shkola.

Solow R.M. (2000) The Economics of Resources or the Resources of Economics. In: Galperin V.M. (ed.) *Vehi ekonomicheskoy misli*. Vol. 3. Saint Petersburg: Ekonomicheskaya shkola.

Solow R.A. (2018) Theory is a sometime thing. *Review of Keynesian Economics*. Vol. 6. Is. 4. P. 421–424. DOI: [10.4337/roke.2018.04.02](https://doi.org/10.4337/roke.2018.04.02)

Swan T.W. (1956) Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*. Vol. 32. Is. 2. P. 334–361. DOI: [10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x](https://doi.org/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x)

Дата поступления/Received: 15.01.2024